Universidad de Sucre
Visible para todos

EJERCICIOS
Funciones Reales
Programa de Lic. en Física
Prof. Juan Carlos Deavila Tapia

Definición de función y funciones reales

1. Sean $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{4, 7, 9\}$. Determine cuales de los siguientes conjuntos representan la gráfica de una función real $f : A \to B$.

   a) $\{(1, 4), (3, 9), (2, 7)\}$
   b) $\{(1, 7), (3, 4), (1, 9)\}$
   c) $\{(3, 7), (2, 4), (1, 9)\}$
   d) $\{(1, 9), (2, 4)\}$
   e) $\{(3, 7), (2, 9), (1, 4), (3, 9)\}$
   f) $\{(1, 7), (3, 7), (2, 7)\}$

2. La gráfica de cierta función es el conjunto $\{(2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 1)\}$. Determine el dominio y el rango de dicha función. Además, represente la gráfica de dicha función en el plano cartesiano.

3. Sea f la función definida para todo $x \in \mathbb{R}$ por $f(x) = x + 1$. Calcular $f(2)$, $f(-2)$, $-f(2)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $1/f(2)$ y para $a, b \in \mathbb{R}$, calcular $f(a + b)$, $f(a) + f(b)$, $f(a)f(b)$ y $f(ab)$.

4. Sea f la función definida para todo $x \in \mathbb{R}$ por $f(x) = |x - 3| + |x - 1|$. Calcular: $f(0)$, $f(2)$ y $f(-2)$. Determinar los valores reales que puede tomar t para que se cumpla la igualdad $f(t + 2) = f(t)$.

5. Sea g la función definida por $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$. Determine el dominio de g. Comprobar cada una de las siguientes fórmulas e indicar para qué valores de a, x, y, s y t son válidas:

   a) $g(-x) = g(x)$.
   b) $g(2y) = 2\sqrt{1 - y^2}$.
   c) $g(\frac{1}{t}) = \dfrac{\sqrt{4t^2 - 1}}{|t|}$.
   d) $g(a - 2) = \sqrt{4a - a^2}$.
   e) $g(\frac{s}{2}) = \frac{1}{2}\sqrt{16 - s^2}$
   f) $\dfrac{1}{2 + g(x)} = \dfrac{2 - g(x)}{x^2}$.

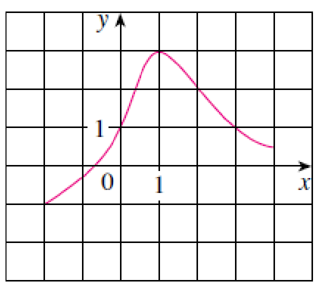
6. Sea f la función definida como sigue: $f(x) = 1$ para todo $x \in [0, 1]$; $f(x) = 2$ para todo $x \in (1, 2]$.

   a) Trazar la gráfica de la función f.
   b) Sea g la función definida por $g(x) = f(2x)$. Determinar el dominio de g y dibujar su gráfica.
   c) Sea h la función definida por $h(x) = f(x - 2)$. Determinar el dominio de h y dibuhar su gráfica.
   d) Sea k la función definida por $k(x) = f(2x) + f(x - 2)$. Determinar el dominio de h y dibuhar su gráfica.

7. Sean f y g funciones polinomiales definidas por $f(x) = x$ y $g(x) = x^3$. Las gráficas de estas dos funciones se cortan en tres puntos. Dibujar una parte suficiente de sus gráficas para ver cómo se cortan.

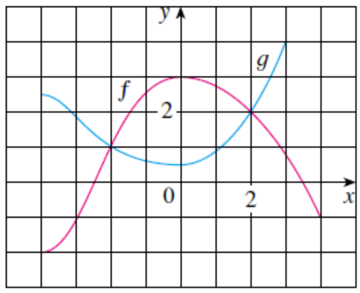
8. Sea dá la gráfica de la función f.

   a) Establezca el valor de $f(1)$
   b) Estime el valor de $f(-1)$
   c) ¿Para que valores de x se tiene que $f(x) = 1$?
   d) estime los valores de x para los que $f(x) = 0$
   e) Establezca el dominio y el rango de f.
   f) ¿ En qué intervalo f es creciente?.
   g) ¿ En qué intervalo f es decreciente?.

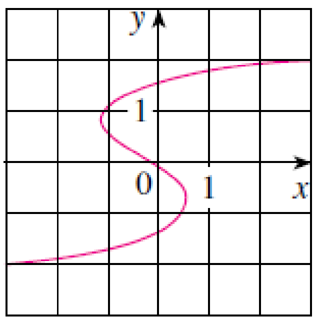


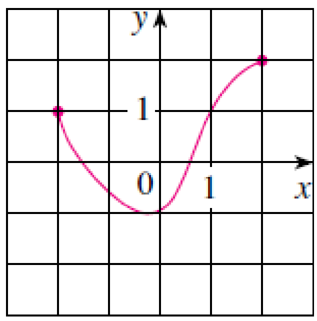
9. Se proporcionan las gráficas de las funciones f y g.

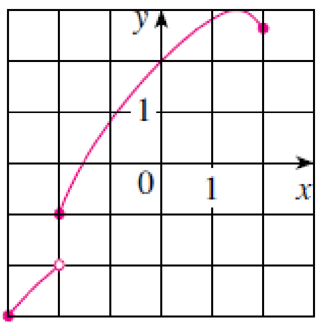
    a) Establezca los valores de $f(-4)$ y $g(3)$.
    b) ¿Para que valores de x se tiene que $f(x) = g(x)$?
    c) estime la solución de la ecuación $f(x) = -1$
    d) Establezca el dominio y el rango de f.
    e) Establezca el dominio y el rango de g.
    f) ¿ En qué intervalo f es decreciente?.
    g) ¿ En qué intervalo g es decreciente?.

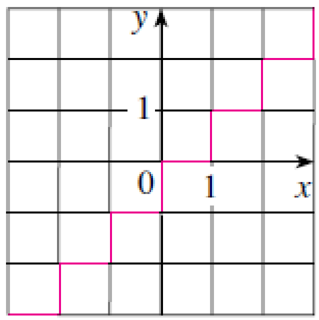


10. Determine si la curva dada en cada plano cartesiano representa la gráfica de una función. Si lo es, dé el dominio y el rango de la función.









11. Sea f la función definida para todo $x \in \mathbb{R}$ por $f(x) = x - x^2$. Determine $f(2+h)$, $f(x+h)$ y $\dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ donde $h \in \mathbb{R}$.

12. Sea f la función definida para todo $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ por $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$. Determine $f(2+h)$, $f(x+h)$ y $\dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ donde $h \in \mathbb{R}$.

13. Encuentre el dominio de la función f definida por:

    a) $f(x) = \dfrac{x+2}{x^2 - 1}$
    b) $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 + x - 6}$
    c) $f(x) = \sqrt{x-1}$
    d) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$
    e) $f(x) = |x| + x$
    f) $f(x) = \dfrac{x}{|x|}$
    g) $f(x) = \dfrac{x^2 + 5x + 6}{x + 2}$
    h) $f(x) = \sqrt{|x^3|}$

14. Utilice una tabla de valores para dibujar la gráfica de la función y determine su dominio y su rango.

    a) $f(x) = 3x - 1$
    b) $f(x) = 5 - x^2$
    c) $f(x) = \sqrt{x-1}$
    d) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

e) $f(z) = |3z + 2|$

f) $f(x) = \dfrac{x^2 - 25}{x + 5}$

g) $f(x) = \dfrac{(x^2 - 4)(x - 3)}{x^2 - x - 6}$

h) $\phi(x) = \begin{cases} -2 & si \quad x \leq 3 \\ 2 & si \quad x < 3 \end{cases}$

i) $H(x) = \begin{cases} 5 & si \quad x \leq 2 \\ x^2 - 6x + 10 & si \quad 2 < x < 5 \\ 4x - 15 & si \quad x \geq 5 \end{cases}$

j) $g(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & si \quad x < 0 \\ 3x + 1 & si \quad x \geq 0 \end{cases}$

k) $G(t) = [|t - 4|]$

15. La función U definida por

$$U(x) = \begin{cases} 1 & si \quad x \geq 0 \\ 0 & si \quad x < 0 \end{cases}$$

es llamada función escalón (o salto) unitario. Defina las funciones F, G y H por $F(x) = U(x-1)$, $G(x) = U(x) - 1$ y $H(x) = U(x) - U(x-1)$ respectivamente y dibuje sus gráficas.

16. Considerando la función escalon unitario, defina las funciones F, G y H por $F(x) = x \cdot U(x)$, $G(x) = (x+1) \cdot U(x+)$ y $H(x) = (x+1) \cdot U(x+1) - x \cdot U(x)$ respectivamente y dibuje sus gráficas.

17. Usando la gráfica de la función f definida por $f(x) = \sqrt{x}$. Realizar las gráficas de las funciones g, h, q, r y s definidas por $g(x) = \sqrt{x} + 2$, $h(x) = -\sqrt{x}$, $q(x) = \sqrt{x-2}$, $r(x) = \sqrt{x+3}$ y $s(x) = \sqrt{2x}$.

18. Dadas las funciones f, g y h definidas por $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2 - 1$ y $h(x) = x$ respectivamente. Determinar:

a) $f(g(1))$

b) $g(f(1))$

c) $g(f(0))$

d) $f(g(-4))$

e) $f(h(4))$

f) $f(g(h(1)))$

g) $f \circ g$

h) $g \circ f$

i) $g \circ h$

j) $f \circ f$

k) $h \circ f$

l) $f \circ h \circ g$

19. En un estanque en calma, se deja caer un objeto produciendo ondas en forma de círculos concéntricos. El radio (en pies) de la onda externa viene dado por la función r definida por $r(t) = 0{,}6t$, donde t es el tiempo en segundos transcurrido desde que el objeto toca el agua. El área del círculo viee dado por la función A definida por $A(r) = \pi r^2$. Determinar la función $A \circ r$. Determinar e interpretar el valor $(A \circ r)(5)$.

20. Determinar si la función h definida por $h(x) = 4 - x^2$ es par o impar o ninguna de estas.